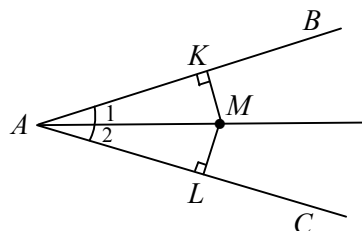


Биссектриса угла. Определение, свойство

Биссектрисой угла называется луч, исходящий из вершины угла и делящий его на два равных угла. На рисунке AM – биссектриса угла BAC , $\angle 1 = \angle 2$.

Теорема. Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.



Дано: AM – биссектриса $\angle BAC$,
 $M \in AM$, $MK \perp AB$, $ML \perp AC$.

Доказать: $MK = ML$.

Доказательство

Рассмотрим $\triangle AMK$ и $\triangle AML$. Они прямоугольные, так как $MK \perp AB$, $ML \perp AC$ по условию теоремы.

$\angle 1 = \angle 2$, так как AM – биссектриса $\angle BAC$; AM – общая сторона. Следовательно, $\triangle AMK = \triangle AML$ по признаку равенства прямоугольных треугольников (по гипотенузе и острому углу).

В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому $MK = ML$.

Итак, каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.

Ч.т.д.

Верна и обратная теорема.

Теорема. Каждая точка, лежащая внутри угла и равноудалённая от сторон угла, лежит на его биссектрисе.

Дано: $\angle BAC$, M лежит внутри $\angle BAC$,
 $MK \perp AB$, $ML \perp AC$, $MK = ML$.

Доказать: AM – биссектриса $\angle BAC$.

Доказательство

Рассмотрим $\triangle AMK$ и $\triangle AML$. Они прямоугольные, так как $MK \perp AB$, $ML \perp AC$ по условию теоремы.

$MK = ML$ по условию теоремы, AM – общая сторона. Следовательно, $\triangle AMK = \triangle AML$ по признаку равенства прямоугольных треугольников (по гипотенузе и катету).

В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому $\angle 1 = \angle 2$, а это означает, что луч AM – биссектриса $\angle BAC$.

Итак, каждая точка, лежащая внутри угла и равноудалённая от сторон угла, лежит на его биссектрисе.

Ч.т.д.

Биссектриса треугольника – отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой на противоположной стороне.

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.

Точка пересечения биссектрис треугольника – замечательная точка треугольника, так как она является центром вписанной в треугольник окружности.